Übungsaufgaben für den Zeitraum vom 11.12.2001 bis 8.1.2002

Organisatorisches

Lösungen zu den Übungsaufgaben können im Raum A-2.9 abgegeben werden. Alle abgegebenen Ausarbeitungen werden korrigiert und nach Möglichkeit an den jeweiligen Übungsterminen besprochen und diskutiert. Ab der Kalenderwoche KW 49 stehe ich jeden Mittwoch von 8:00 – 9:00 Uhr für Fragen zur Verfügung. Weitere Termine können nach Absprache mit mir vereinbart werden (Tel. 0331 / 5509-155). Für weitere Fragen können Sie die Email-Adresse gericke@hpi.uni-potsdam.de nutzen.

I) Aufwärmung

1. Aufgabe:

Maria ist eine sehr erfolgreiche Studentin. Das Geheimnis ihres Erfolges ist durch die folgenden Regeln begründet:

a) Wenn ich am Samstag nicht arbeite, dann arbeite ich am Freitag.
b) Wenn ich am Dienstag nicht, wohl aber am Freitag arbeite, dann arbeite ich am Donnerstag.
c) Wenn es zutrifft, dass, wenn ich am Dienstag nicht arbeite, ich zwar am Montag nicht, jedoch am Donnerstag arbeite, dann arbeite ich am Samstag.
d) Wenn ich am Dienstag arbeite, dann arbeite ich am Mittwoch nicht.
e) Wenn ich am Montag arbeite, dann arbeite ich am Freitag nicht.
f) Wenn ich am Samstag arbeite, dann arbeite ich am Donnerstag nicht, wohl aber am Freitag.

Wir modellieren einen Wochenablauf durch ein Tupel $(Mo, Di, Mi, Do, Fr, Sa, So)$ dessen Komponenten den Tagen Montag bis Sonntag entsprechen. Eine Komponente ist eins genau dann, wenn an diesem Tag gearbeitet wird. Wird z.B. nur am Wochenende gearbeitet, ergibt sich das Tupel (0,0,0,0,0,1,1).

i) Wieviel Wochenabläufe gibt es ?

ii) Beschreiben Sie jede von Marias Regeln durch einen Booleschen Ausdruck, der sich möglichst eng an die Formulierung der Regel anlehnt.

iii) Geben Sie einen Wochenablauf an, der Marias Regeln erfüllt.

iv) An welchen Tagen arbeitet Maria immer, an welchen Tagen arbeitet sie nie ?

v) Wieviel Wochenabläufe gibt es, die Marias Regeln erfüllen ?

II) Hoare-Kalkül und Verifikation

1. Aufgabe:

Welche der folgenden Spezifikationen sind durch das Regelsystem von Hoare beweisbar ?

a) $c = 9 \quad \{x := y\} \quad c = 9$

b) $y = a + b \quad \{x := a + b\} \quad x = y$

c) $0 < 8 \quad \{z := 0\} \quad z < 8$

2. Aufgabe:

Geben Sie eine Hoare-Regel für nicht abweisende Until-Schleifen (sogenannte REPEAT-Schleifen) an.

3. Aufgabe:

$P_e^v \ \{v = e;\} \ P$ ist als schwächste Vorbedingung definiert.
Geben Sie für die folgenden Zeilen die schwächste Vorbedingung an:

a) *{z = x + y;}* z = 10

b) *{x = f(x);}* x = u

c) *{a = 0;}* $a = 0 \wedge b \geq 0$

4. Aufgabe:

a) Welche Rolle spielt die Invariante bei der Vererbung ?
b) Kann die Schleifeninvariante einer Methode in einem Erben beim Redefinieren der Methode verallgemeinert werden ?
c) Zeigen Sie, daß in dem gegebenen Programmstück die folgende Nachbedingung gilt :

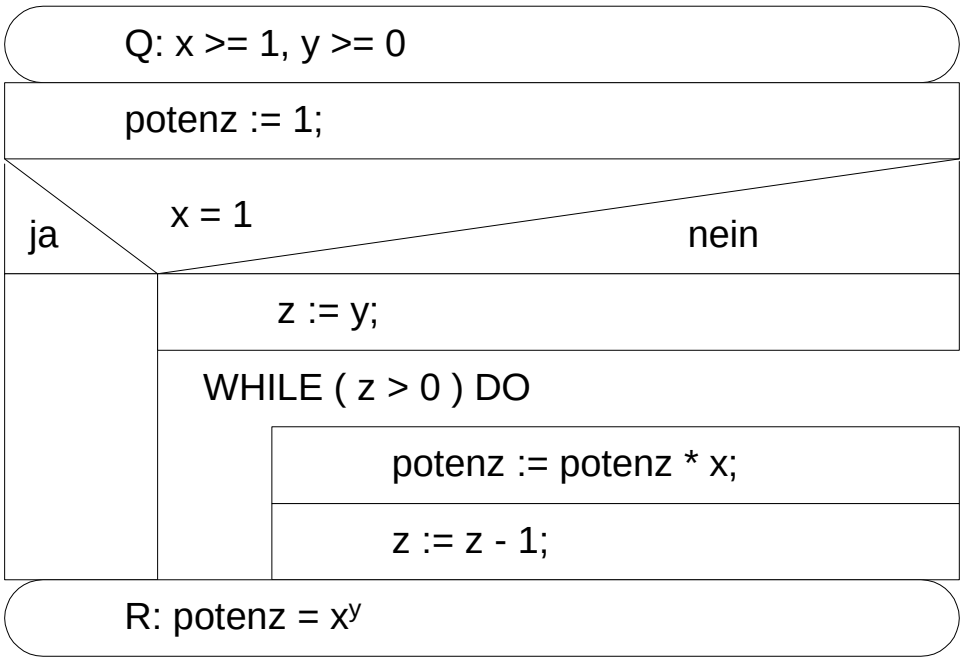
$$anzahlSummanden^2 \ \leq \ x \ < \ (anzahlSummanden + 1)^2$$

```
int ganzzahligeWurzel(int x)
{
    /* ungerade durchläuft die ungeraden Zahlen */
    int ungerade;

    /* Summe summiert die ungeraden Zahlen */
    int summe;

    /* anzahlSummanden zählt die Summanden */
    int anzahlSummanden;


    /* Initialisierung */
    summe           = 1;
    anzahlSummanden = 0;
    ungerade        = 1;


    /* Berechnung der ganzzahligen Wurzel */
    while ( summe <= x)
    {
        ungerade = ungerade + 2;
        summe = summe + ungerade;
        anzahlSummanden = anzahlSummanden + 1;
    }

    return (anzahlSummanden);
}
```

d) Was ist der Unterschied zwischen partieller und totaler Korrektheit ?
e) Ist die totale Korrektheit der obigen Schleife beweisbar ?

5. Aufgabe:

Gegeben ist das folgende Programm:
x und y seien ganzzahlige Variablen. Die dargestellte Operation soll die Potenz X^Y berechnen.



a) Zeigen Sie die Korrektheit durch Vervollständigung der Annotationen !
b) Geben Sie eine zur Verifikation geeignete Schleifeninvariante an !

6. Aufgabe:

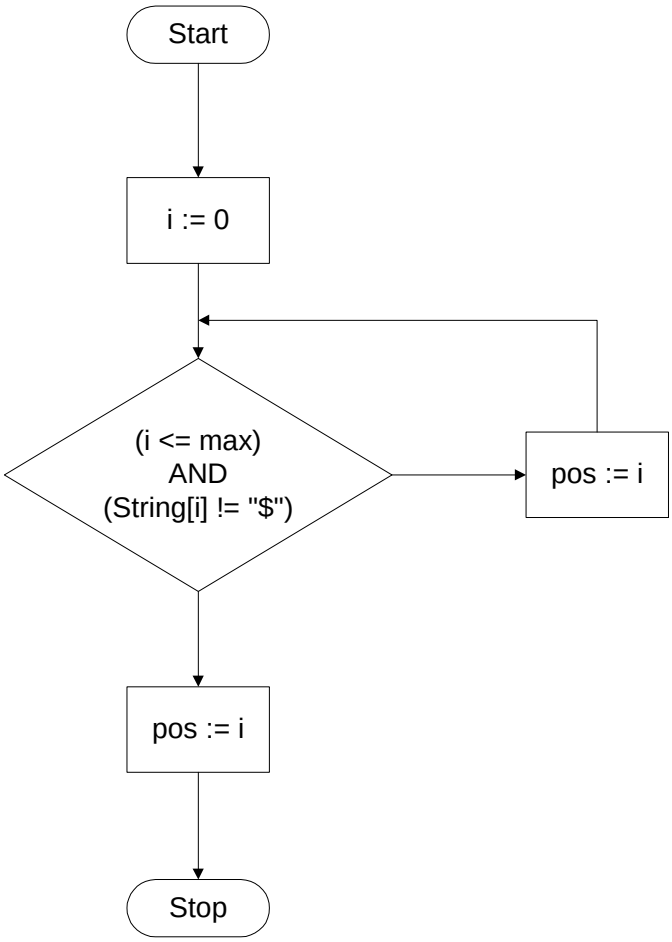
Gegeben ist folgende Operation:

```
public void writeSum(int grenze)
{
  int summe = 0;
  int index = 1;

  while (index <= grenze)
  {
    summe = summe + index;
    index = index + 1;
  }

  System.out.println(summe);
}
```

a) Geben Sie zu der Operation einen Programmablaufplan an.
b) Notieren Sie formal die Ausgangszusicherung und die Eingangszusicherung.
c) Geben Sie die Schleifeninvariante an.
d) Führen Sie einen Korrektheitsbeweis mit Hilfe des induktiven Zusicherungsverfahrens durch Annotation des Kontrollflussgraphen.
e) Erläutern Sie, warum die Operation für jede *grenze* terminieren wird.
f) Geben Sie den Beginn des symbolischen Ausführungsbaums für bis zu zwei Schleifendurchläufen an.
g) Welches Problem kann in der angegebenen Routine auftreten, obwohl Sie Ihre Korrektheit durch symbolischen Test bzw. formale Verifikation zeigen konnten.

7. Aufgabe:

Gegeben ist folgender Programmablauf-Plan:



a) Die Variable *String* ist ein Feld aus Zeichen mit dem Indexbereich 0 bis *max*. Verifizieren Sie den Programmablauf-Plan durch Vervollständigung der Annotationen !

b) Geben Sie eine geeignete Schleifeninvariante an !

c) Angenommen der Wert des oberen Feldindex *max* sei fest gleich zwei.
   i) Wieviele symbolische Ausführungspfade entstehen dann ?
   ii) Geben Sie zu jedem Pfad das Pfadprädikat und den symbolischen Wert der Variablen *pos* am Pfadende an !

d) Welche Forderung stellt der Bedingungsüberdeckungstest bezüglich der Entscheidung des Programmablauf-Plans auf ? Was fordert der Zweigüberdeckungstest für die Entscheidung ? Welches der beiden Verfahren testet umfassender ?

III) Algebraische Spezifikation

1. Aufgabe:

Gegeben ist ein Baum, der wie folgt definiert ist:

Funktionen:

neu :	$ZEICHEN$	$\rightarrow$	$BAUM$
$erstelle$:	$BAUM \ x \ ZEICHEN \ x \ BAUM$	$\rightarrow$	$BAUM$
$links$:	$BAUM$	$\rightarrow$	$BAUM$
$rechts$:	$BAUM$	$\rightarrow$	$BAUM$
$wert$:	$BAUM$	$\rightarrow$	$ZEICHEN$
$istBlatt$:	$BAUM$	$\rightarrow$	$BOOLEAN$
$knoten$:	$BAUM$	$\rightarrow$	$INTEGER$

Axiome:

$\forall b, b_1, b_2 \in BAUM, \ \forall c \in ZEICHEN$:

1.	$wert(neu(c))$	=	c
2.	$wert(erstelle(b_1, c, b_2))$	=	c
3.	$istBlatt(neu(c))$	=	$true$
4.	$links(b)$	=	$if \ b = erstelle(b_1, c, b_2) \ then \ b_1 \ else \ error$
5.	$rechts(b)$	=	$if \ b = erstelle(b_1, c, b_2) \ then \ b_2 \ else \ error$
6.	$knoten(b)$	=	$if \ istBlatt(b)$
			$then \ 0$
			$else \ knoten(links(b)) + knoten(rechts(b)) + 1$

a) Vereinfachen Sie unter Angabe der verwendeten Axiome die folgenden Terme:

   1. wert (rechts (baue (neu (‚a'), ‚b', neu (‚c')), ‚d', links (baue (neu (‚e'), ‚f', neu (‚g'))))))
   2. istBlatt (links (baue (neu (‚a'), ‚b', neu (‚c'))))
   3. knoten (baue (baue (neu (‚a'), ‚b', neu (‚c')), ‚d', neu (‚e')))

b) Stellen Sie den folgenden Term graphisch dar :
   Baue (baue (neu (‚f'), ‚b', rechts (baue (neu (‚c'), ‚g', baue (neu (‚d'), ‚i', neu (‚e'))))), ‚h', neu (‚a'))

IV) Formale Objektorientierte Softwareentwicklung

In der Übung zu der Vorlesung Software-Konstruktion I / Software-Basistechnologie II wurde ein Modell eines Flughafens besprochen. Hierbei beschäftigte jede Fluglinie eine Menge von Angestellten und führte eine gewisse Anzahl von Flügen durch. Angestellte waren entweder Piloten oder Mitarbeiter des Bodenpersonals. Jeder Flug wurde von einem bis maximal drei Piloten der Fluglinie geflogen. In Notfällen kooperierten die einzelnen Fluglinien miteinander.

a) Beschreiben Sie den obigen Sachverhalt durch ein Klassendiagramm mit geeigneten bi-direktionalen oder uni-direktionalen Assoziation.
b) Fügen Sie Multiplizitäten und eventuell Rollennamen zu den Assoziationsenden hinzu.
c) Fügen Sie die folgenden Operationen mit entsprechenden Parametern und Rückgabewerten zu den Klassen hinzu:

   i. *einstellen*
   ii. *entlassen*
   iii. *kooperationAufnehmen*
   iv. *gehaltErhöhen*
   v. *einsetzen*
   vi. *economyPreis*
   vii. *businessPreis*

d) Fügen Sie geeignete Attribute zu den Klassen hinzu.
e) Zeichnen Sie ein Objektdiagramm für folgende Situation:
   Die Fluglinien HPI und STS kooperieren miteinander. HPI hat einen Piloten namens „Hugo“ (Gehalt 5000 Euro), STS beschäftigt zwei Piloten mit Namen „Waldorf“ und „Statler“ (Gehalt jeweils 6500 Euro). Flugkapitän „Statler“ führt heute einen Hin- und Rückflug (Flugnummer 333 und 444) von Braunschweig nach Berlin durch. Der Grundpreis für eine Strecke beträgt 111 Euro.
f) Welche wichtigen Anforderungen an das System können durch das Klassendiagramm nicht ausgedrückt werden ?

g) Geben Sie Vor- und Nachbedingungen für Operationen der einzelnen Klassen an. Insbesondere sollen dabei folgende Bedingungen erfüllt sein:
   a. Die Business-Klasse für einen Flug kostet das 5-fache des Grundpreises, die Economy-Klasse das 2-fache des Grundpreises.
   b. Das Gehalt eines Piloten wird um einen Betrag b erhöht, wenn dadurch nicht mehr als 16% Gehaltserhöhung erfolgt.
   c. Ein Pilot wird für einen Flug eingesetzt, wenn er am selben Tag noch für keinen anderen Flug eingesetzt wurde.

V) Anhang

1. Aufgabe:

Welche der folgenden Formeln sind allgemeingültig ?
Geben Sie jeweils einen Beweis an oder eine Belegung, in der die Formel nicht gültig ist.

a) $((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \wedge B) \rightarrow C)$

b) $((A \wedge B) \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C))$

c) $(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(B \rightarrow A)$

d) $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

e) $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$

2. Aufgabe:

Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen im Allgemeinen falsch sind.

a) $\forall X \, \exists Y \, A \Rightarrow \exists Y \, \forall X \, A$

b) $(\forall X \, A \Rightarrow B) \Rightarrow \forall X \, (A \Rightarrow B)$