

Aufgabe 8

- Was ist die besondere Eigenschaft von *vollständigen* Normalformen? Welcher Vorteil ergibt sich aus dieser Eigenschaft?
- Für welche Funktionen ist die Darstellung als KNF günstiger, für welche Funktionen die DNF?
- Zeigen Sie, daß die Koeffizienten der antivalenten Normalform eindeutig bestimmt sind.

Aufgabe 9

Stellen Sie die folgenden Funktionen in DNF und KNF dar:

- Die Funktion ist gegeben durch folgende Wertetabelle:

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

- $g = a(b \vee \bar{c}\bar{d}) \vee \bar{a}\bar{b}$

Aufgabe 10

Geben Sie die folgenden Funktionen in der antivalenten Normalform an:

- $a = x_1(x_2 \vee x_3)$
- $b = x_1 \vee x_2x_3$

Aufgabe 11

Vereinfachen Sie die folgenden Funktionen. Stellen Sie dann die vereinfachten Funktionen als Schaltbild dar.

- $p = (xy \vee z) \vee xz \vee x\bar{y}$
- $q = (ax \vee \overline{(a \vee \bar{x})})(b \vee 1)c$
- $r = x(\bar{x} \vee y) \vee y(y \vee z) \vee y$

Lösungen**Aufgabe 8**

- a) Sie ermöglichen einen direkten Vergleich zweier unterschiedlich aussehender Formeln. Man stellt von beiden Formeln die jeweilige Normalform auf und wenn diese gleich sind, sind auch die Ausgangsformeln gleich. (Nur 1 von 2 Punkten)
- b) Enthält die binäre Darstellung einer Funktion mehr 0 als 1, so empfiehlt sich die DNF. Ist das Verhältnis umgekehrt, so sollte die KNF verwendet werden.
- c) Bei der antivalenten Normalform steht vor jedem Term ein Koeffizient, nur wenn alle eindeutig bestimmt sind, ist auch die Normalform vollständig.

Aufgabe 9

	x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$	DNF	KNF	
	0	0	0	1	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$	$x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3$	
	0	0	1	0			
	0	1	0	1	$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$		
a)	0	1	1	1	$\bar{x}_1 x_2 x_3$		
	1	0	0	0			$\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3$
	1	0	1	0			$\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3$
	1	1	0	1	$x_1 x_2 \bar{x}_3$		
	1	1	1	1	$x_1 x_2 x_3$		

$$\Rightarrow DNF : f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3$$

$$\Rightarrow KNF : f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)$$

- b) Wird fallen gelassen, da die Vorgehensweise genau die gleiche wie in a) ist, nur, daß es hier vier Variablen gibt.

Aufgabe 10

	x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$	
1. →	0	0	0	0	
4. →	0	0	1	0	
3. →	0	1	0	0	
a)	7. →	0	1	1	0
	2. →	1	0	0	0
	6. →	1	0	1	1
	5. →	1	1	0	1
	8. →	1	1	1	1

$$DNF : f = a_0 \oplus a_1 x_1 \oplus a_2 x_2 \oplus a_3 x_3 \oplus a_{12} x_1 x_2 \oplus a_{13} x_1 x_3 \oplus a_{23} x_2 x_3 \oplus a_{123} x_1 x_2 x_3$$

$$\begin{array}{llll}
 a_0 & 1. & 0 = a_0 & \Rightarrow a_0 = 0 \\
 a_1 & 2. & 0 = a_0 \oplus a_1 & \Rightarrow a_1 = 0 \\
 a_2 & 3. & 0 = a_0 \oplus a_2 & \Rightarrow a_2 = 0 \\
 a_3 & 4. & 0 = a_0 \oplus a_3 & \Rightarrow a_3 = 0 \\
 a_{12} & 5. & 1 = a_0 \oplus a_1 \oplus a_2 \oplus a_{12} & \Rightarrow a_{12} = 1 \\
 a_{13} & 6. & 1 = a_0 \oplus a_1 \oplus a_3 \oplus a_{13} & \Rightarrow a_{13} = 1 \\
 a_{23} & 7. & 0 = a_0 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_{23} & \Rightarrow a_{23} = 0 \\
 a_{123} & 8. & 1 = a_0 \oplus a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_{12} \oplus a_{13} \oplus a_{23} \oplus a_{123} & \Rightarrow a_{123} = 1
 \end{array}$$

$$\underline{\underline{ANF : f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 \oplus x_1 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3}}$$

	x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
1. →	0	0	0	0
4. →	0	0	1	0
3. →	0	1	0	0
b) 7. →	0	1	1	1
2. →	1	0	0	1
6. →	1	0	1	1
5. →	1	1	0	1
8. →	1	1	1	1

$$\begin{array}{llll}
 a_0 & 1. & 0 = a_0 & \Rightarrow a_0 = 0 \\
 a_1 & 2. & 0 = a_0 \oplus a_1 & \Rightarrow a_1 = 1 \\
 a_2 & 3. & 0 = a_0 \oplus a_2 & \Rightarrow a_2 = 0 \\
 a_3 & 4. & 1 = a_0 \oplus a_3 & \Rightarrow a_3 = 0 \\
 a_{12} & 5. & 1 = a_0 \oplus a_1 \oplus a_2 \oplus a_{12} & \Rightarrow a_{12} = 0 \\
 a_{13} & 6. & 1 = a_0 \oplus a_1 \oplus a_3 \oplus a_{13} & \Rightarrow a_{13} = 0 \\
 a_{23} & 7. & 1 = a_0 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_{23} & \Rightarrow a_{23} = 1 \\
 a_{123} & 8. & 1 = a_0 \oplus a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_{12} \oplus a_{13} \oplus a_{23} \oplus a_{123} & \Rightarrow a_{123} = 1
 \end{array}$$

$$\underline{\underline{ANF : f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \oplus x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3}}$$

Aufgabe 11

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } p = (xy \vee z) \vee xz \vee x\bar{y} = xy \vee \underbrace{z \vee xz}_{=z} \vee x\bar{y} = \underbrace{xy \vee x\bar{y}}_{x(y \vee \bar{y})=x} \vee z = \underline{\underline{x \vee z}} \\
 \text{b) } q = (ax \vee \overline{(a \vee \bar{x})}) \underbrace{(b \vee 1)}_{=1} c = (ax \vee \bar{a}x) c = xc \underbrace{(a \vee \bar{a})}_{=1} = \underline{\underline{xc}} \\
 \text{c) } r = x(\bar{x} \vee y) \vee y(y \vee z) \vee y = \underbrace{xy \vee y}_{a \vee ab=a} \vee yz \vee y = y \vee y = \underline{\underline{y}}
 \end{array}$$