**Aufgabe 12**

Bestimmen Sie zuerst ein Komplement (Negation) zu jeder Funktion und vereinfachen Sie dieses danach soweit wie möglich:

a) $f = \bar{x}(\bar{y} \vee \bar{z})(x \vee y \vee \bar{z})$

b) $g = (x \vee \bar{y}\bar{z})(y \vee \bar{x}\bar{z})(z \vee \bar{x}\bar{y})$

**Aufgabe 13**

a) Wie kann man einen Inverter durch ein NOR-Gatter ersetzen?

b) Formen Sie die Funktion $f = x_1(x_2 \vee x_3)$ so um, daß ausschließlich NOR-Gatter verwendet werden und zeichnen Sie dann für diese Funktion die entsprechende Schaltung.

**Aufgabe 14**

a) Zeigen Sie, daß die Funktionen Disjunktion und Negation eine Basis für die Menge der Booleschen Funktionen bilden.

b) Formen Sie folgende Funktion so um, daß nur Disjunktion und Negation verwendet werden: $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 \vee (x_2 \oplus x_3)$

**Aufgabe 15**

a) Eine Basis für die Menge der Booleschen Funktionen ist $\{\oplus, \wedge, 1\}$.
Stellen Sie den Ausdruck $g(x, y, z) = xy\bar{z} \vee x\bar{y} \vee \bar{x}z$ in dieser Basis dar.

b) Drücken Sie $h(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 x_2 \vee \bar{x}_4$ in einer beliebigen einelemetigen Basis aus.

**Lösungen**

**Aufgabe 12**

a) $\bar{f}(x)=\overline{\bar{x}(\bar{y}\vee\bar{z})(x\vee y\vee\bar{z})}=\overline{(\bar{x}\,\bar{y}\vee\bar{x}\bar{z})(x\vee y\vee\bar{z})}=\overline{\bar{x}\,\bar{y}\bar{z}\vee\bar{x}\,y\bar{z}}=\overline{\bar{x}\bar{z}(\bar{y}\vee y)}=\overline{\bar{x}\bar{z}}$

$\underline{\underline{\bar{f}(x)=x\vee z}}$

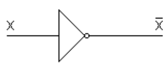
b) $\bar{g}=\overline{(x\vee\bar{y}\bar{z})(y\vee\bar{x}\bar{z})(z\vee\bar{x}\,\bar{y})}=\overline{(x\vee\bar{y}\bar{z})}\vee\overline{(y\vee\bar{x}\bar{z})}\vee\overline{(z\vee\bar{x}\,\bar{y})}$

$=\bar{x}(y\vee z)\vee\bar{y}(x\vee z)\vee\bar{z}(x\vee y)=\bar{x}y\vee\bar{x}\bar{z}\vee x\bar{y}\vee\bar{y}z\vee x\bar{z}\vee y\bar{z}$

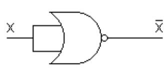
$\underline{\underline{\bar{g}=x\oplus y\vee y\oplus z\vee x\oplus z}}$

**Aufgabe 13**

a) Inverter:




NOR-Gatter als Inverter:




b) $f=x_1(x_2\vee x_3)=\overline{\overline{x_1(x_2\vee x_3)}}=\overline{\bar{x}_1\vee\overline{(x_2\vee x_3)}}=\overline{\overline{(x_1\vee x_1)}\vee\overline{(x_2\vee x_3)}}$

$\underline{\underline{f=(x_1\downarrow x_1)\downarrow(x_2\downarrow x_3)}}$ Zeichnung entfällt, da einfache Zusammensetzung.

**Aufgabe 14**

a) Es ist zu prüfen, ob sich Konjunktion, Antivalenz, Äquivalenz, NOR, NAND und Implikation durch die Basis $\{\vee,\neg\}$ darstellen lassen.

1. $x\wedge y=\overline{\bar{x}\vee\bar{y}}$
2. $x\oplus y=\bar{x}y\vee x\bar{y}=\overline{\overline{(\bar{x}y)}}\vee\overline{\overline{(x\bar{y})}}=\overline{(x\vee\bar{y})}\vee\overline{(\bar{x}\vee y)}$
3. $x\equiv y=\overline{\overline{(\bar{x}\vee y)(x\vee\bar{y})}}=\overline{\overline{(\bar{x}\vee y)}\vee\overline{(x\vee\bar{y})}}$
4. $x\downarrow y=\overline{x\vee y}$
5. $x\mid y=\overline{x\wedge y}=\bar{x}\vee\bar{y}$
6. $x\rightarrow y=\bar{x}\vee y$

b) $f = x_1 x_2 \vee (x_2 \oplus x_3) = x_1 x_2 \vee (\bar{x}_2 x_3 \vee x_2 \bar{x}_3)$

$f = \overline{(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2)} \vee \overline{(x_2 \vee \bar{x}_3)} \vee \overline{(\bar{x}_2 \vee x_3)} \quad \{\vee, \neg\}$

**Aufgabe 15**

a) Die in der Aufgabe genannte Basis, ist die Basis der ANF (anitvalente Normalform). Die Bildung der ANF aus den Funktionswerten wird auf einem früheren Übungsblatt deutlich.

$ANF : f = x_1 \oplus x_3 \oplus x_1 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3 \quad \{\oplus, \wedge, 1\}$

b) $f = x_1 x_2 \vee \bar{x}_4 = \overline{\overline{x_1 x_2 \vee \bar{x}_4}} = \overline{(x_1 \wedge x_2) \wedge x_4} = \underline{\underline{(x_1 | x_2) | x_4}}$