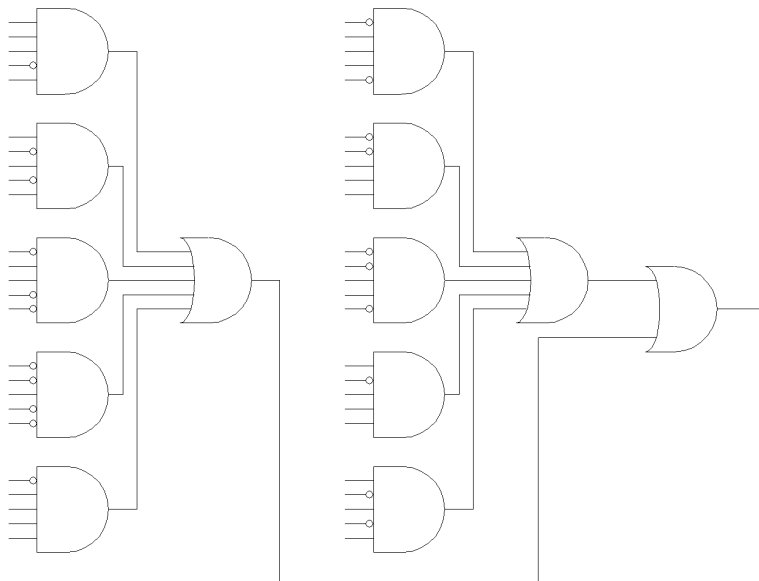


## Aufgabe 39



Die dargestellte Schaltung realisiert eine Boolesche Funktion  $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ . Bilden Sie die vollständige DNF dieser Funktion. Minimieren Sie dann die Funktion mit dem Quine-McCluskey Verfahren und stellen Sie das Ergebnis wieder als Schaltbild dar!

## Aufgabe 40

Es sei  $f(x, y, z) = 1 \oplus y \oplus xz \oplus xy \oplus yz$

- Finden Sie die vollständige DNF!
- Stellen Sie  $f$  auf dem Booleschen Würfel dar und ermitteln Sie aus dieser Darstellung die verkürzte DNF!
- Geben Sie zwei verschiedene minimale DNFen für  $f$  an und stellen Sie die zugehörigen Überdeckungen farblich auf dem Booleschen Würfel dar!

## Aufgabe 41

Es sei  $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = x_1x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_4 \vee \bar{x}_2x_5 \vee x_1x_3x_4 \vee x_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2x_3x_5$ .

- Ermitteln Sie die VDNF!
- Ermitteln Sie mit dem Quine-McCluskey Verfahren alle Primimplikanten und geben Sie die verkürzte DNF an!
- Stellen Sie in einer Tabelle dar, wie die zu  $f$  gehörigen Fundamentalkonjunktionen von den Primimplikanten überdeckt werden und ermitteln Sie aus dieser Tabelle eine verkürzte DNF für  $f$ !

## Aufgabe 42

Ermitteln Sie die Primimplikanten für die Funktion  $f$  aus **Aufgabe 41** mit dem Konsensus-Verfahren!

## Aufgabe 43

Eine Boolesche Funktion  $g$  sei durch folgende Wertetafel gegeben:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$g(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	*
0	0	1	*
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

(Dabei steht \* für *don't care*.) Legen Sie die Werte für  $f(0,0,0)$  und  $f(0,0,1)$  so fest, dass eine möglichst kurze DNF entsteht und geben Sie diese DNF an!

## Lösungen

## Aufgabe 39

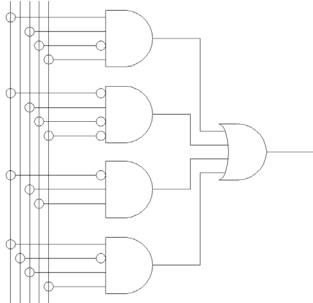
Aus der Schaltung lässt sich folgende VDNF ablesen:

$$= x_1x_2x_3\bar{x}_4x_5 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4x_5 \vee \bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1x_2x_3x_4x_5 \vee \bar{x}_1x_2x_3x_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4x_5 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4\bar{x}_5 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_4x_5 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4x_5$$

Beim Quine-McCluskey Verfahren werden Terme verglichen, die sich bis auf eine Variable gleichen, wobei sich diese einzige Variable insofern unterscheidet, dass sie in dem einen Term unnegiert und in dem anderen negiert vorkommt. Daraus ergibt sich die folgende vereinfachte DNF:

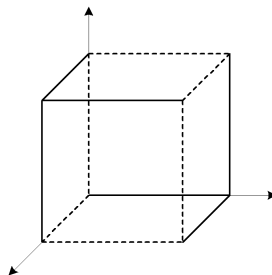
$$= x_1x_3\bar{x}_4x_5 \vee \bar{x}_1x_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_5$$

Aus dieser verkürzten DNF ergibt sich folgende Schaltung (links  $x_1$  bis rechts  $x_5$ ):



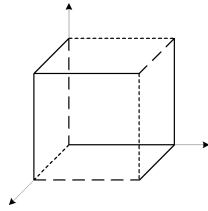
## Aufgabe 40

$x$	$y$	$z$	$f$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

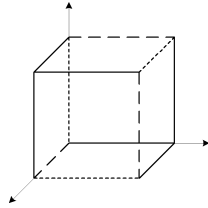


- a) vollständige DNF:  $f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}yz \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee xyz$   
 b) Skizze 1 siehe oben!  
 verkürzte DNF:  $f(x, y, z) = \bar{x}z \vee yz \vee xy \vee x\bar{z} \vee \bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}$

c) Minimale Version 1:  $f_1(x, y, z) = yz \vee x\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}$



Minimale Version 2:  $f_2(x, y, z) = \bar{x}z \vee xy \vee \bar{y}\bar{z}$



(kurz gestrichelt=Überdeckungen / länger gestrichelt=minimale DNF)

#### Aufgabe 41

$$\begin{aligned}
 f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) &= \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4x_5 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4x_5 \vee \\
 &\bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4x_5 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4x_5 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \\
 &x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4x_5 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4x_5 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_4\bar{x}_5 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_4x_5 \vee \\
 &x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5 \vee x_1x_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5 \vee x_1x_2\bar{x}_3x_4x_5 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_4x_5 \vee \\
 &x_1x_2x_3x_4\bar{x}_5 \vee x_1x_2x_3x_4x_5 \\
 &= \underline{\underline{\bar{x}_1\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_5 \vee x_1x_2x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_4x_5 \vee x_1\bar{x}_2x_4\bar{x}_5 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_4}}
 \end{aligned}$$

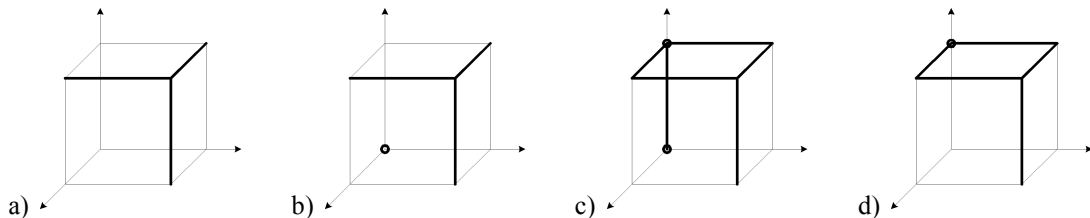
Von 22 Konjunktionen ist man nun auf 6 geschrumpft!

#### Aufgabe 42

Lasse ich entfallen, da **zu viel** Schreibearbeit!

#### Aufgabe 43

Es gibt wie folgt dargestellt 4 Möglichkeiten. Letztere ist die richtige. Die gegebenen Intervalle sind gestrichelt.



a)  $f(0,0,0) = 0; f(0,0,1) = 0 \Rightarrow f(x, y, z) = xz \vee yz \vee xy$

b)  $f(0,0,0) = 1; f(0,0,1) = 0 \Rightarrow f(x, y, z) = xz \vee yz \vee xy \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$

c)  $f(0,0,0) = 1; f(0,0,1) = 1 \Rightarrow f(x, y, z) = z \vee \bar{x}\bar{y} \vee xy$

d)  $f(0,0,0) = 0; f(0,0,1) = 1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x, y, z) = z \vee xy}}$